**Національний Технічний Університет України**

**“КПІ ім. Ігоря Сікорського”**

**Інститут прикладного системного аналізу**

**Лабораторна робота №3**

**з курсу «Системний аналіз»**

**Наближення функцій ієрархічними**

**поліноміальними моделями**

Виконали:

студенти гр. КІ-02

Різун Володимир

Вантік Олексій

Ковальський Георгій

Рудаметкін Вячеслав

Устимчик Олег

Скоропадський Артем

Київ 2023

**Постановка задачі**

Задача відновлення функцій  по заданим дискретним значенням  и  вибірки наведеної у таблиці нижче (табл. 1). Розмірності векторів відповідно дорівнюють: ; об’єм вибірки ; кількість цільових функцій.

**Вхідна вибірка**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 6,100 | 0,844 | 1,0128 | 0,7596 | 0,70896 |
| 2 | 0,11 | 0,12 | 0,13 | 0,14 | 0,15 | 0,16 | 4,200 | 1,137962 | 1,251758 | 0,91037 | 0,864851 |
| 3 | 0,21 | 0,22 | 0,23 | 0,24 | 0,25 | 0,26 | 3,500 | 1,380722 | 1,656866 | 1,24265 | 1,159806 |
| 4 | 0,03 | 0,32 | 0,33 | 0,34 | 0,35 | 0,36 | 2,720 | 1,525082 | 1,67759 | 1,220066 | 1,159062 |
| 5 | 0,45 | 0 | 0,7 | 1 | 1,1 | 0,46 | 2,530 | 2,4676 | 2,96112 | 2,22084 | 2,072784 |
| 6 | 1,5 | 1,9 | 0,4 | 1,5 | 1,5 | 0,56 | 2,100 | 5,472 | 6,0192 | 4,3776 | 4,15872 |
| 7 | 0 | 2 | 0,3 | 1,6 | 0,4 | 0,66 | 1,150 | 3,7668 | 4,52016 | 3,39012 | 3,164112 |
| 8 | 0 | 0,21 | 0,2 | 1,7 | 0,3 | 0,76 | 0,720 | 2,1842 | 2,40262 | 1,74736 | 1,659992 |
| 9 | 0 | 0,22 | 0,1 | 0 | 0,2 | 0,08 | 0,540 | 1,1624 | 1,39488 | 1,04616 | 0,976416 |
| 10 | 0,1 | 0,3 | 0,7 | 1 | 0,1 | 0,96 | 0,150 | 1,9056 | 2,09616 | 1,52448 | 1,448256 |
| 11 | 0 | 0,4 | 0,6 | 1 | 1 | 1 | 0,550 | 2,664 | 3,1968 | 2,3976 | 2,23776 |
| 12 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 1 | 0 | 1 | 1,760 | 2,184 | 2,4024 | 1,7472 | 1,65984 |
| 13 | 0,6 | 0,6 | 0,4 | 0,96 | 0,95 | 0,94 | 2,230 | 2,946602 | 3,535922 | 2,651942 | 2,475146 |
| 14 | 0,5 | 0,43 | 0,3 | 0,2 | 0 | 0,84 | 3,610 | 1,7658 | 1,94238 | 1,41264 | 1,342008 |
| 15 | 0 | 0 | 0,4 | 0,4 | 0,62 | 0,74 | 5,160 | 1,565824 | 1,878989 | 1,409242 | 1,315292 |
| 16 | 0,3 | 0,23 | 0 | 0,6 | 0,72 | 0,64 | 8,250 | 1,931464 | 2,12461 | 1,545171 | 1,467913 |
| 17 | 0 | 0,13 | 0,6 | 0,8 | 0 | 0,54 | 11,370 | 1,4398 | 1,72776 | 1,29582 | 1,209432 |
| 18 | 0,01 | 0,9 | 0,09 | 0 | 0,92 | 0,44 | 13,260 | 2,464144 | 2,710558 | 1,971315 | 1,872749 |
| 19 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0,34 | 15,510 | 2,796 | 3,3552 | 2,5164 | 2,34864 |
| 20 | 0,29 | 0,28 | 0,27 | 0,26 | 0,25 | 0,24 | 17,740 | 1,472322 | 1,619554 | 1,177858 | 1,118965 |
| 21 | 0,19 | 0,18 | 0,17 | 0,16 | 0,15 | 0,14 | 13,140 | 1,228682 | 1,474418 | 1,105814 | 1,032093 |
| 22 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 11,350 | 2,194 | 2,4134 | 1,7552 | 1,66744 |
| 23 | 0,1 | 0,9 | 0,9 | 0,1 | 0,9 | 0,1 | 8,580 | 2,5468 | 3,05616 | 2,29212 | 2,139312 |
| 24 | 0 | 0,31 | 0 | 0,3 | 0,8 | 0,2 | 6,740 | 1,7502 | 1,92522 | 1,40016 | 1,330152 |
| 25 | 0,87 | 0 | 0,88 | 0,2 | 0,7 | 0,3 | 4,850 | 1,9092 | 2,29104 | 1,71828 | 1,603728 |
| 26 | 0,97 | 0,11 | 0 | 0,1 | 0,6 | 0,4 | 6,210 | 1,7998 | 1,97978 | 1,43984 | 1,367848 |
| 27 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0,5 | 0,5 | 9,520 | 1,854 | 2,2248 | 1,6686 | 1,55736 |
| 28 | 0,1 | 0 | 0,7 | 1 | 0,4 | 0,6 | 10,750 | 1,6836 | 1,85196 | 1,34688 | 1,279536 |
| 29 | 0 | 1,5 | 0,8 | 0 | 0,3 | 0,7 | 8,100 | 2,6924 | 3,23088 | 2,42316 | 2,261616 |
| 30 | 0,4 | 1,3 | 0,9 | 0 | 0,2 | 0,8 | 6,100 | 2,6704 | 2,93744 | 2,13632 | 2,029504 |
| 31 | 0 | 1,1 | 1 | 0 | 0,1 | 0,9 | 4,150 | 2,3376 | 2,80512 | 2,10384 | 1,963584 |
| 32 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 2,360 | 1,834 | 2,0174 | 1,4672 | 1,39384 |
| 33 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1,350 | 2,284 | 2,7408 | 2,0556 | 1,91856 |
| 34 | 0,93 | 0,12 | 0,11 | 0,9 | 0,99 | 0,18 | 2,130 | 2,379146 | 2,617061 | 1,903317 | 1,808151 |
| 35 | 0,41 | 0,68 | 0,4 | 1 | 0 | 0,22 | 4,570 | 2,056 | 2,4672 | 1,8504 | 1,72704 |
| 36 | 0,31 | 0 | 0,3 | 0,7 | 1 | 0,36 | 6,750 | 2,0428 | 2,24708 | 1,63424 | 1,963584 |
| 37 | 0 | 0,88 | 0,2 | 0,8 | 0 | 0,4 | 9,260 | 1,9928 | 2,39136 | 1,79352 | 1,39384 |
| 38 | 0,11 | 0 | 0,1 | 0,56 | 0,55 | 0,54 | 11,790 | 1,476842 | 1,624526 | 1,181474 | 1,91856 |
| 39 | 0 | 1 | 0 | 0,4 | 0,49 | 0,68 | 13,120 | 2,263746 | 2,716495 | 2,037371 | 1,808151 |
| 40 | 0 | 0,7 | 1 | 0,34 | 0,33 | 0,72 | 15,360 | 2,085026 | 2,293529 | 1,668021 | 1,72704 |

Табл. 1 вхідна вибірка

Для прикладу при знаходженні було використано поліноми Чебишова 3 порядку для кожної зі змінних, а також оптимізатор Adam алгоритму градієнтного спуску для вирішення несумісної системи рівнянь.

Перед початком розв’язування несумісної системи рівнянь вибірку нормалізують, тобто відображають на відрізок шляхом віднімання мінімального елемента та подальшим діленням на максимальний.

**Результати**

Через коефіцієнти C

Через коефіцієнти A

Отримані функції через поліноми Чебишова

Отримані функції y вигляді многочленів (у відновленій формі)

**Графіки отриманих наближень**

Chart, histogram

Description automatically generated

Рис 1. Графік функції та її наближення

Chart, histogram

Description automatically generated

Рис 2. Графік функції та її наближення

Chart, line chart, histogram

Description automatically generated

Рис 3. Графік функції та її наближення

Chart, histogram

Description automatically generated

Рис 4. Графік функції та її наближення

**Розроблена програма**

Для автоматизації та зручності виконання поставленої задачі було розроблено гнучку програму, якою передбачена можливість вказування розмірностей вхідних векторів, типу та степенів поліномів, а також різних методів введення вхідної вибірки та вирішення несумісної системи рівнянь.

Text

Description automatically generated

Рис 5. Поле з результатами

Graphical user interface, chart

Description automatically generated

Рис 6. Поле з графіками отриманих функцій

Graphical user interface

Description automatically generated

Рис 7. Меню вибору налаштувань

Graphical user interface, application

Description automatically generated

Рис 8. Інтерфейс програми

**Висновки**

У ході виконання лабораторної роботи №2 було розроблено гнучку програму для наближення заданих функцій за допомогою ієрархічної поліноміальної моделі. Більші значення поліномів призводять до кращої точності, однак починаючи з деякого відносно великого значення вони можуть призвести до сильного «перенавчання», тобто вони добре наближуватимуть навчальну вибірку, однак погано працюватимуть на нових даних, тобто матимуть погану узагальнюючу властивість. В подальшому отриману програму можна доповнити більшою кількістю методів для розв’язування несумісної системи рівнянь і провести порівняння результатів та часу необхідного для їх знаходження для кожного з методів, таким чином виявивши який метод найшвидше та найкраще наближає значення функцій в умовах даної задачі.